Cognome.................................... Nome ....

ESAME di GEOMETRIA - Ing. Civile-Ambientale - 6.6.2013

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

Sia $\lambda \in \mathbb{R}$. Dato il sistema lineare

$$\begin{pmatrix} \lambda+1 & 0 & 1 \\ 0 & \lambda+1 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \lambda \\ 0 \end{pmatrix}$$

sia $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ la matrice dei coefficienti del sistema.

1) Determinare il numero di soluzioni del sistema al variare di λ.

[ ]

2) Per $\lambda = -1$ trovare, se esiste, UNA soluzione del sistema.

[ ]

3) Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare associata alla matrice A. Determinare, se esistono, i valori di λ per cui il sottospazio $\mathrm{Ker} f \subset \mathbb{R}^3$ ha dimensione 2.

[ ]

4) Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ come nell'esercizio 3). Determinare $f(1, 2, -2)$.

[ ]

5) Calcolare il seguente prodotto di matrici: $(x, y, 1)A \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$.

[ ]

6) Sia $F(x, y)$ il risultato dell'esercizio 5). Dire per quali valori di λ $F(x, y) = 0$ rappresenta una conica degenere ed in quei casi dire di che tipo e'.

[ ]

7) Per $\lambda = 1$, determinare, se esiste, il centro della conica dell'esercizio 6).

[ ]

8) Trovare la proiezione ortogonale del punto $(1, 0, -2)$ sul piano $x + 2y + z = 0$.

[ ]

9) Trovare un polinomio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$, di grado minimo, tale che $P(1 - i) = 0$ e $P(1) = 3$.

[ ]

10) Scrivere la definizione di vettori linearmente indipendenti.